

1. Bu teste 40 soru vardır.
 2. Cevaplarınızı, cevap kâğıdının Matematik Testi için ayrılan kısmına işaretleyiniz.

1. A bir pozitif tam sayı olmak üzere,

A^* = "A sayısının farklı asal çarpanlarının çarpımı"
 olarak tanımlanıyor.

$$A^* = B^*$$

eşitliğini sağlayan A sayısının asal çarpanlarının kuvvetleri çarpımı, B sayısının asal çarpanlarının kuvvetleri çarpımına eşittir.

Buna göre, $A = 500$ için B doğal sayısının pozitif tam bölen sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

①

$$A = 500 = 5^3 \cdot 2^2$$

$$A^* = 2 \cdot 5 = 10$$

A sayısının asal

çarpanlarının
kuvvetleri çarpımı = 6 $\Rightarrow B^* = 10$ olmalı

$$\left. \begin{array}{l} 5^1 \cdot 2^6 \rightarrow \text{Pozitif tam b.s.} = 2 \cdot 7 = 14 \\ 5^2 \cdot 2^3 \rightarrow " " " = 3 \cdot 4 = 12 \\ 5^3 \cdot 2^2 \rightarrow " " " = 4 \cdot 3 = 12 \\ 5^6 \cdot 2^1 \rightarrow " " " = 7 \cdot 2 = 14 \end{array} \right\}$$

12 ve 14 olmak üzere 2 farklı
değer vardır.

2. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı $\boxed{\quad}$ ve $\boxed{\quad}$ işlemleri

$$\boxed{x} = x + \boxed{x}$$

$$\boxed{x} = \begin{cases} 2x & \text{x tam sayı ise} \\ x'ye \text{en yakın iki tam sayıının toplamı} & \text{x tam sayı değil ise} \end{cases}$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre,

$$(\boxed{2} - \boxed{\sqrt{2}}) \cdot \boxed{\sqrt{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

②

$$\boxed{2} = 2 + \boxed{2} = 6$$

$$\boxed{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \boxed{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 3$$

$$(6 - \sqrt{2} - 3) \cdot (\sqrt{2} + 3)$$

$$= (3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})$$

$$= 9 - 2 = \boxed{7}$$

3. a , b ve c gerçek sayılar olmak üzere,

$$a^b = c$$

$$b^c = a$$

$$c^a = b$$

eşitlikleri veriliyor.

$$k \cdot a \cdot b \cdot c = 4$$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

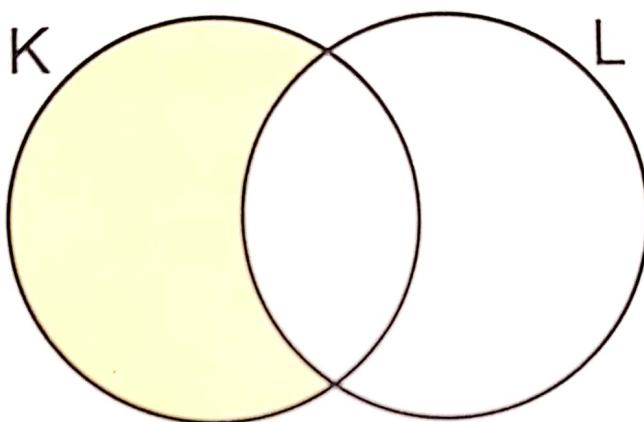
③ $a^b = c \Rightarrow (b^c)^b = c$
 $\Rightarrow ((c^a)^c)^b = c$
 $\Rightarrow c^{abc} = c^1$
 $\Rightarrow abc = 1$
 $\Rightarrow \boxed{k=4}$

$$4. A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \right\}$$

$$B = \{2, 6, 8, 64\}$$

Kümelerinde $x \in A$ ve $y \in B$ olmak üzere, $x \cdot y$ çarpımının tam sayı sonuçlarının kümesi K , y^x işleminin tam sayı sonuçlarının kümesi L olarak tanımlanıyor.

Buna göre,



venn şemasındaki sarı renkli bölgenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$K = \{1, 2, 3, 4, 16, 32\}$$

$$L = \{2, 8, 4\}$$

$$K/L = \{1, 3, 16, 32\}$$

$$s(K/L) = 4$$

$$5. \quad |2x + 5| - x^2 = 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{\sqrt{5} - 1, \sqrt{5} + 1\}$

B) $\{-1, 4\}$

C) $\{-2, -3\}$

D) $\{1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}\}$

E) $\{1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}\}$

$$|2x+5| = \underline{x^2+1}$$

Daima pozitif

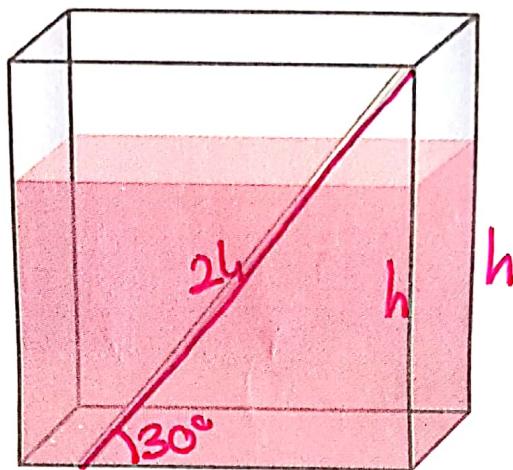
$$2x+5 = x^2+1 \Rightarrow x^2-2x-4=0$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \mp \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \mp 2\sqrt{5}}{2} = 1 \mp \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\{1-\sqrt{5}, 1+\sqrt{5}\}}}$$

6. Uzunluğu $(x^2 - x + 4)$ cm olan bir demir çubuk içinde kimyasal madde bulunan dikdörtgenler prizması biçimindeki kaba atılıyor. Demir çubuk, kabın zemini ile 30° lik açı yapacak şekilde ön cama yapışık olarak aşağıdaki gibi durmaktadır.



Kabin yüksekliği 12 cm'den az olduğuna göre, x'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$\begin{aligned}
 h &< 12 \\
 \Rightarrow 2h &= x^2 - x + 4 \\
 \Rightarrow h &= \frac{x^2 - x + 4}{2} < 12 \\
 \Rightarrow x^2 - x + 4 &< 24 \\
 \Rightarrow x^2 - x - 20 &< 0 \\
 \Rightarrow (x-5)(x+4) &< 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
 -4 \quad 5 \\
 + | \cancel{-4} | + \\
 -4 < x < 5 \\
 \boxed{-3, \dots, 4} \Rightarrow \underline{\underline{8 \text{ tane}}}
 \end{array}$$

7. Karmaşık sayılar kümesinde i , i^2 , i^3 ve i^4 sayılarının tamamı aralarında toplama (+) ya da çarpma (\cdot) sembollerini bulunan aşağıdaki 4 kutuya yazılıacaktır.

$$\boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} = A$$

Her bir kutuya bir sayı yazıldığında işlemin sonucu A gerçek sayısı olduğuna göre, A en fazla kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1$$

$$\boxed{i^2} + \boxed{i} \cdot \boxed{i^3} + \boxed{i^4} = A$$

$$\cancel{-1} + \cancel{+1} + 1 = A$$

$$\boxed{1 = A}$$

8. x_1 ve x_2 gerçek sayılar olmak üzere,

$$x^2 - 4x - c = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^2 + x_2 = x_2^2 + x_1 + 6$$

olduğuna göre, $x_1 - x_2$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$x^2 - 4x + c = 0$$

$$\boxed{x_1 + x_2 = 4} \quad \boxed{x_1 \cdot x_2 = c}$$

$$x_1^2 - x_2^2 = x_1 - x_2 + 6$$

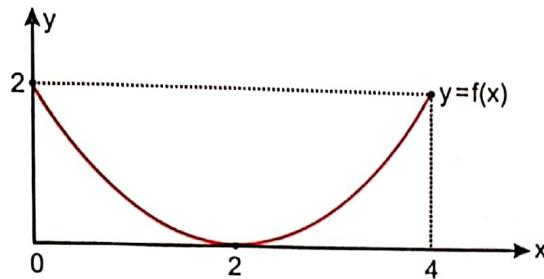
$$(x_1 - x_2) \cdot (x_1 + x_2) - (x_1 - x_2) - 6 = 0$$

$$(x_1 - x_2) \cdot \underbrace{(x_1 + x_2 - 1)}_4 - 6 = 0$$

$$3 \cdot (x_1 - x_2) - 6 = 0$$

$$\boxed{x_1 - x_2 = 2}$$

9. Dik koordinat düzleminde $f : [0, 4] \rightarrow [0, 2]$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$\frac{a}{2}$ ve $\frac{b}{3}$ sayıları $[0, 4]$ aralığının elemanları ve

$$(f \circ f)\left(\frac{a}{2}\right) = 0$$

$$(f \circ f)\left(\frac{b}{3}\right) = 2$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı en fazla kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 14 E) 20

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} - 2\right)^2$$

$$f(f\left(\frac{a}{2}\right)) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} - 2\right)^2 - 2 \right]^2$$

$$f(f\left(\frac{b}{3}\right)) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{3} - 2\right)^2 - 2 \right]^2$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - 2\right)^2 - 2 \right]^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{b}{3} - 2\right)^2 - 2 \right]^2 = 2$$

$$\left(\frac{a}{2} - 2\right)^2 = 4$$

$$\frac{a}{2} - 2 = 2$$

$$a = 8$$

$$\frac{a}{2} - 2 = -2$$

$$a = 0$$

$$\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b}{3} - 2\right)^2 - 2\right)^2 = 4$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{b}{3} - 2\right)^2 - 2 = 2$$

$$\left(\frac{b}{3} - 2\right)^2 = 8$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{b}{3} - 2\right)^2 - 2 = -2$$

$$\left(\frac{b}{3} - 2\right)^2 = 0$$

$$b = 6$$

$$\Rightarrow a + b = 8 + 6 = 14$$

10. Sıfırdan farklı a ve b gerçek sayıları için

$$b - a = |a|$$

eşitliği veriliyor.

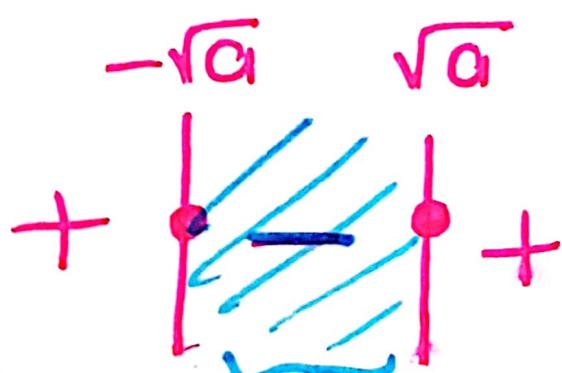
$$\frac{1}{a} \cdot x^2 - 1 \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan 5 farklı x tam sayısı olduğuna göre, a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

$$b = |a| + a \Rightarrow b \neq 0 \text{ ise } a > 0$$

$$\frac{x^2 - a}{a} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a})}{a} \leq 0$$



$$-\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$$

$$\left. \begin{matrix} 6 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} \right\} \frac{30}{7}$$

11. m bir doğal sayı olmak üzere,

$$P(x) = (2x - m)^m$$

polinomunun açılımında terim sayısı 4 tür.

Buna göre,

$$P(x + 1) \cdot P(x + 2)$$

polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

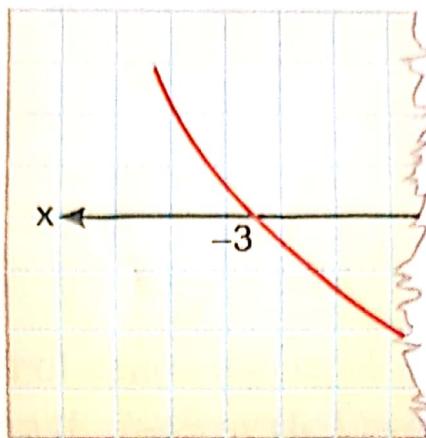
- A) 18 B) 24 C) 27 D) 36 E) 54

$P(x) = (2x - m)^m$ terim sayısı 4 ise $m = 3$
 $\Rightarrow P(x) = (2x - 3)^3$ olur.

$$P(2), P(3) = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} P(2) = 1 \\ P(3) = 27 \end{array} \right\} \Rightarrow P(2) \cdot P(3) = 1 \cdot 27 = \textcircled{27}$$

12. Başkatsayı 1 olan üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun birbirinden farklı üç tane tam sayı kökü vardır. Bu polinomun sıfırlarının aritmetik ortalaması 1 dir.



Yukarıda $y = P(x)$ polinom fonksiyonunun grafiğinin çizilmiş olduğu kağıdın bir kısmı gösterilmiştir.

$P(x - 1)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 24 olduğuna göre, $P(-1)$ değeri kaçtır?

- A) -24 B) -12 C) 18 D) 24 E) 30

Diger kökler a ve b olsun.

$$\frac{-3+a+b}{3} = 1 \Rightarrow a+b=6, a=k \\ \Rightarrow b=6-k \text{ olur.}$$

$$P(x) = (x+3)(x-k)(x-6+k)$$

$$P(0) = 24 \Rightarrow 3 \cdot (-k) \cdot (-6+k) = 24$$

$$6k - k^2 = 8$$

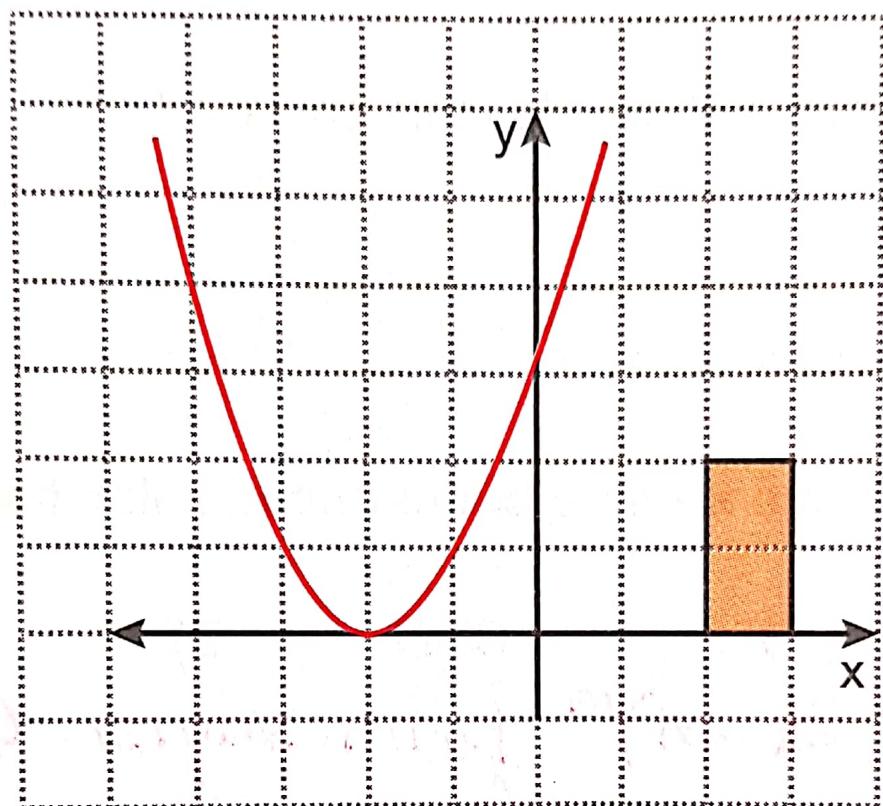
$$k^2 - 6k + 8 = 0$$

$$(k-4) \cdot (k-2) = 0$$

$$\Rightarrow P(x) = (x+3) \cdot (x-4) \cdot (x-2)$$

$$P(-1) = 2 \cdot (-5) \cdot (-3) = 30$$

13. Özdeş kareler kullanılarak oluşturulan bir kağıt üzerine çizilen $y = f(x)$ parabolünün grafiği aşağıda verilmiştir.



Parabolün başkatsayısı $\frac{1}{2}$ olduğuna göre, turuncu dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) 2 C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

Birim kare düzleminde özdeş kare dizilmiştir.
Bir kare a br uzunluğunda olsun.

$$f(x) = \frac{1}{2} (x - 2a)^2$$

$$f(0) = 3a \Rightarrow \frac{1}{2} (-2a)^2 = 3a \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

$$\text{Taralı alan} = 2a \cdot a = 2a^2 = 2 \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$

14. $y = f(x)$ ve $y = h(x)$ ikinci dereceden fonksiyonlarının tepe noktaları sırasıyla A(2, 4) ve B(-1, 3) tür.

$$f(3) = 6$$

olmak üzere, $y = f(x) + h(x)$ fonksiyonu daima azalandır.

Buna göre, $f(-1) + h(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$f(x) = a \cdot (x-2)^2 + 4 \quad h(x) = b \cdot (x+1)^2 + 3$$

$$f(3) = 6 \Rightarrow 6 = a \cdot 1 + 4$$

$a=2$

$$\begin{aligned} f(x) + h(x) &= 2 \cdot (x-2)^2 + 4 + b \cdot (x+1)^2 + 3 \\ &= x^2(2+b) + x(-8+2b) + b+15 \end{aligned}$$

$$f(x) + h(x) \text{ daima azalar oldugu icin } b+2=0$$

$\Rightarrow b=-2$

$$\Rightarrow h(x) = -2 \cdot (x+1)^2 + 3$$

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= -2 \cdot (-3)^2 + 4 = 18 + 4 \\ h(2) &= -2 \cdot (3)^2 + 3 = -18 + 3 \end{aligned} \right\} f(-1) + h(2) = 7$$

15. Herhangi ardışık iki teriminin çarpımı aynı sabit sayıya eşit olan a_n dizisinde

$$a_2 + a_{10} + a_{20} = 12$$

$$a_3 + a_8 = 7$$

olduğuna göre,

$$\frac{a_1 + a_2}{a_3}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{14}{3}$

$$a_1 \cdot a_2 = a_2 \cdot a_3 = a_3 \cdot a_4 = \dots$$

$$a_1 = a_3, a_2 = a_4, a_3 = a_5$$

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots) = (a_1, a_2, a_1, a_2, a_1, \dots)$$

$$a_2 + a_{10} + a_{20} = 12 \Rightarrow 3a_2 = 12$$

$\downarrow \quad \downarrow$

$$a_2 + a_2 = 4 \quad \boxed{a_2 = 4}$$

$$a_3 + a_6 = 7$$

$$a_1 + a_2 = 7 \Rightarrow a_1 = 7 - 4 = 3 \quad \circled{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2}{a_3} = \frac{3+4}{3} = \frac{7}{3}$$

16. x bir doğal sayı olmak üzere $12 - x$ bir asal sayıdır.

Buna göre

I. $\log_2(x + 1)$

II. $\log(x + 3)$

III. $\log_3(2x + 5)$

İfadelerinin hangileri bir tam sayıya eşit olabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

$12 - x = \text{Asal sayı}$

\downarrow
1
5
7
9
10

I. $x = 1$ için $\log_2^{\cancel{(x+1)}} = \log_2^{\cancel{2}} = 1 \checkmark$

II. $x = 7$ için $\log(x+3) = \log 10 = 1 \checkmark$

III.

$\Rightarrow \underline{\text{I ve II}}$

7. Bugünkü yaşları toplamı 18 olan üç kardeşin yaşları ile ilgili olarak aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.
- Küçük kardeş yaşadığı yıl kadar erken doğup, büyük kardeş 1 yıl geç doğsaydı bu üç kardeşin doğum sıralaması değişmemektedir ve kardeşlerin yaşları bir geometrik dizi oluşturmaktadır.

Buna göre, en küçük kardeşin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{array}{c} \text{Büyük} & \text{Ortanca} & \text{Küçük} \\ a > b > c & \Rightarrow a+b+c=18 \\ a-1 > b > 2c \end{array}$$

$$b = \frac{a+c}{2}, \quad b^2 = (a-1) \cdot 2c,$$

$$atc=2.b \Rightarrow 3b = (a-1) \cdot 2c$$

$$a+b+c=18$$

$$3b=18$$

$$b=6$$

$$18 = \underbrace{(a-1)}_9 \cdot c$$

$$a=10$$

$$c=2$$

18. $\frac{1}{\log_a 3} + \frac{1}{\log_b \frac{1}{3}} = \log_3 b$

olduğuna göre, $\log_{\sqrt{a}}(b^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

$\log_3^a - \log_3^b = \log_3^b \Rightarrow \log_3^{\frac{a}{b}} = \log_3^b$
 $\Rightarrow \frac{a}{b} = b$
 $\Rightarrow \boxed{a = b^2}$

$\log_{\sqrt{a}}(b^2) = \log_{\sqrt{b^2}} b^2 = \log_b^{b^2} = \boxed{2}$

$$19. \ 1 < 3^{\log_5(x-3)} < 9$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 23

B) 22

C) 21

D) 20

E) 19

$$1 < 3^{\log_5(x-3)} < 9$$

$$3^0 < 3^{\log_5(x-3)} < 3^2$$

$$0 < \log_5(x-3) < 2$$

$$1 < x-3 < 25$$

$$4 < x < 28$$

$$\text{5, ..., } 27 \Rightarrow \frac{23}{7} \text{ tanı}$$

20. a bir pozitif gerçek sayı olmak üzere, gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & , \quad x > f(a) \text{ ise} \\ 2x & , \quad x \leq f(a) \text{ ise} \end{cases}$$

olarak tanımlanıyor.

f fonksiyonu her x gerçek sayısı için sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

f sürekli ise $f(a)$ değeri kritik noktadır.

$$\lim_{x \rightarrow f(a)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow f(a)} f(x) = f(f(a)) \text{ olmalı.}$$

$$\boxed{f(a)+1 = 2 \cdot f(a)}$$

$$\boxed{f(a) = 1}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & , \quad x > 1 \\ 2x & , \quad x \leq 1 \end{cases}$$

$x+1$ i de alalım.

$$f(x) = x+1$$

$$f(a) = a+1 = 1 \quad a=0 \quad 0>1 \text{ değil, olamaz.}$$

$2x$ i de alalım.

$$f(x) = 2x$$

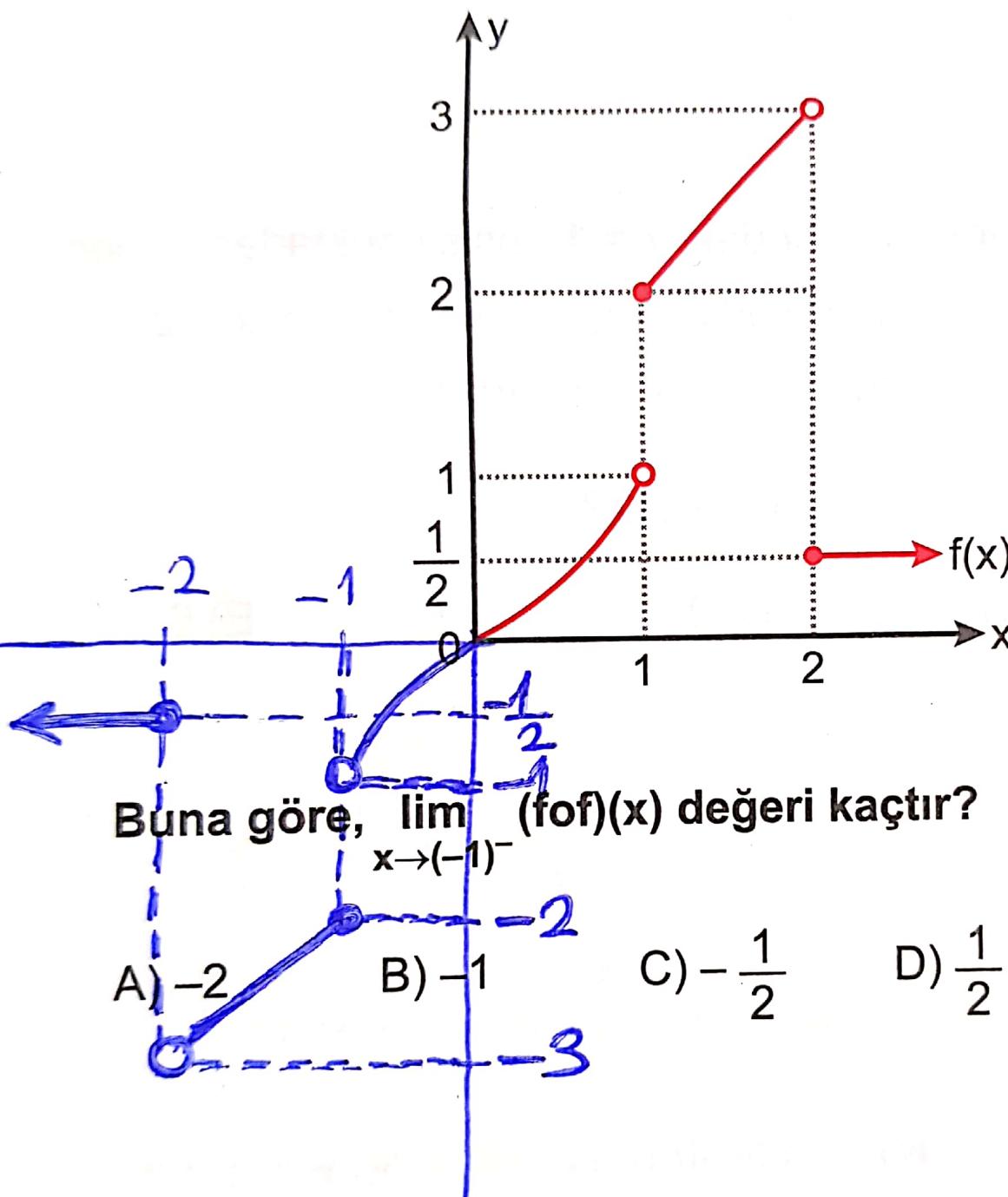
$$f(a) = 2a = 1$$

$$\boxed{a = \frac{1}{2}}$$

$$\overline{7}$$

$$\frac{1}{2} \leq 1 \quad \checkmark$$

21. Gerçek sayılarla tanımlı tek fonksiyon olan $y = f(x)$ in grafiğinin birinci bölgedeki kısmı aşağıda verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (f \circ f)(x)$ değeri kaçtır?

A) -2

B) -1

C) $-\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{2}$

E) 1

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\frac{1}{2}$$

22. m bir gerçek sayı olmak üzere,

$$f(x) = (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - m)$$

$$g(x) = \frac{d}{dx} \left(x + \frac{df}{dx} \right)$$

fonksiyonları tanımlanıyor.

$g(1) = 0$ olduğuna göre m değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

$$f(x) = (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - m)$$

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= (x - 3) \cdot (x - m) + (x - 2) \cdot (x - m) + (x - 2) \cdot (x - 3) \\ &= 3x^2 + x(-10 - 2m) + 5m + 6\end{aligned}$$

$$g(x) = \frac{d}{dx} (3x^2 + x(-9 - 2m) + 5m + 6)$$

$$g(x) = 6x - 9 - 2m$$

$$g(1) = 0 \Rightarrow 6 - 9 - 2m = 0 \Rightarrow \boxed{m = -\frac{3}{2}}$$

23. Gerçek sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu m ve n birer gerçek sayı olmak üzere,

$$f(x) = (x^2 - mx + n) \cdot (x - 3)$$

şeklinde tanımlanıyor.

$f(x) = y$ fonksiyonu üzerindeki $x = 1$ apsisli noktadan çizilen teğeti Ox eksenine paraleldir. $f'(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktada ekstremum noktası vardır.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

$$f'(1) = 0$$

$$f''(2) = 0$$

$$f(x) = (x^2 + mx + n) \cdot (x - 3)$$

$$f'(x) = (2x - m) \cdot (x - 3) + x^2 - mx + n$$

$$f''(x) = 2 \cdot (x - 3) + 2x - m + 2x - m$$

$$f''(2) = 0 \Rightarrow 2 \cdot (-1) + 4 - m + 4 - m = 0$$

$$6 = 2m$$

$$\boxed{3 = m}$$

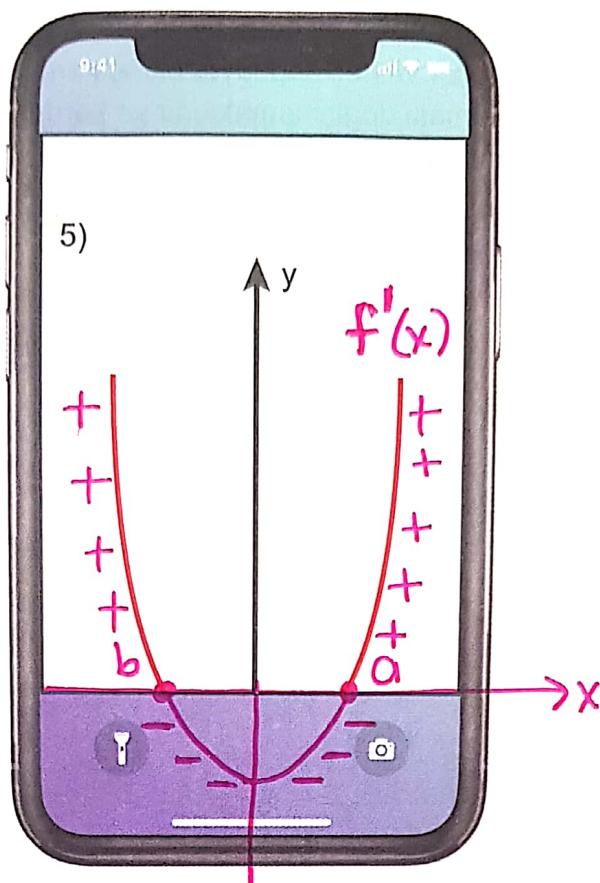
$$\rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow (2 - 3) \cdot (1 - 3) + 1 - 3 + n = 0$$

$$2 + 1 - 3 + n = 0$$

$$\boxed{n = 0}$$

$$\Rightarrow m \cdot n = 3 \cdot 0 = \underline{\underline{0}}$$

24. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği bir parabol eğrisidir.



Yukarıda $f'(x)$ fonksiyonunun grafiğinin telefon ekranında büyütülmüş hali verilmiştir.

Bu f fonksiyonunda $f(b)$ yerel maksimum, $f(a)$ yerel minimum değerdir.

Buna göre

- I. $a - b$
- II. $b^2 \cdot a$
- III. a^b

İfadelerinden hangileri pozitif işaretlidir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve II E) I, II ve III

$x=b$ yerel maksimum noktası

$x=a$ yerel minimum noktası

$$b < 0 < a$$

I. $a - b > 0$

II. $b^2 \cdot a > 0$

III. $a^b > 0$

I, II ve III

25. Gerçek sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu,

$$f(x) = x^2 + b$$

olarak tanımlanıyor.

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir g fonksiyonunun türevi olan g' fonksiyonu

$$g'(x) = 2x$$

olarak tanımlanıyor.

$$(f \circ g)'(2) = 24$$

olduğuna göre, $g(3)$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

$$f(x) = x^2 + b \quad g'(x) = 2x \Rightarrow g'(2) = 4$$

$\hookrightarrow \int g'(x) dx = \int 2x dx$

$$g'(2) \cdot f'(g(2)) = 24$$

$$4 \cdot f'(4+c) = 24$$

$$2 \cdot (4+c) = 6$$

$$C = -1$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = x - 1$$
$$g(3) = 9 - 1 = \underline{\underline{8}}$$

26. a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\int_a^b dx \quad \text{ve} \quad \int_b^c dx$$

integralerinin sonuçları sırasıyla tek ve çift sayılardır.

Buna göre,

- I. $\int_a^b x dx$ çift sayıdır.
- II. $\int_a^c dx$ çift sayıdır.
- III. $\int_{bc}^b a \cdot x^{a-1} dx$ çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

$$\int_a^b a \cdot dx = a \cdot x \Big|_a^b = ab - a^2 = \underbrace{a}_{\text{TEK}} \cdot \underbrace{(b-a)}_{\text{TEK}} = \text{TEK}$$

$$\int_b^c b \cdot dx = b \cdot x \Big|_b^c = bc - b^2 = b \cdot (c-b) = \text{ÇİFT}$$

~~I.~~ $\int_a^b x \cdot dx = \frac{x^2}{2} \Big|_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2} = \frac{(b-a)(b+a)}{2} = \frac{\text{TEK} \cdot \text{TEK}}{2} ?$ ✓

~~II.~~ $\int_a^c c \cdot dx = cx \Big|_a^c = c^2 - c \cdot a = c^2 - c \cdot a = c \cdot (c-a) \quad \checkmark$

~~III.~~ $\int_{bc}^b a \cdot x^{a-1} dx = a \cdot \frac{x^a}{a} \Big|_{bc}^b = b^a - (bc)^a = \underbrace{b^a}_{\text{ÇİFT}} (1 - c^a) = \text{ÇİFT} \quad \checkmark$

⇒ II ve III.

27. f gerçek sayılar kümesinde türevlenebilir bir fonksiyon ve G gerçek sayılar kümesinde sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$G(x) = \frac{d}{dx} [f^2(x)]$$

eşitliği sağlanıyor.

$$f(1) = 1 \text{ ve } f(3) = 2$$

olduğuna göre,

$$\int_1^3 f(x) \cdot G(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{11}{3}$ B) 4 C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{14}{3}$ E) 5

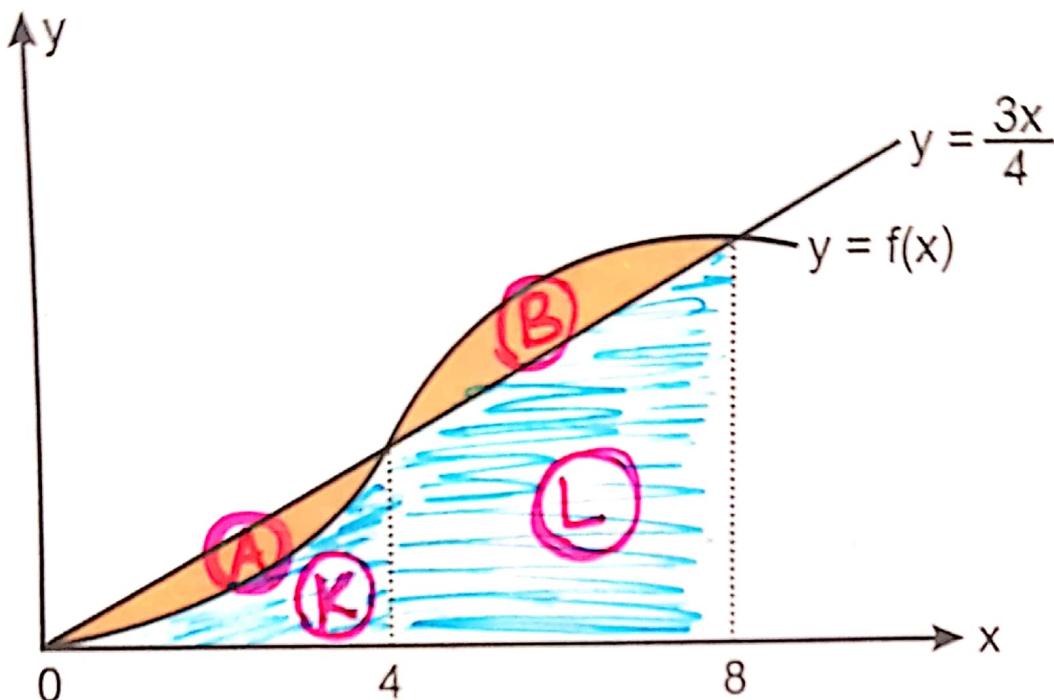
$$G(x) = \frac{d}{dx} [f^2(x)] = 2f(x) \cdot f'(x)$$

$$\int_1^3 f(x) \cdot 2 \cdot f(x) \cdot f'(x) dx = 2 \cdot \int_1^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx$$

$$f(x) = u \Rightarrow f'(x) dx = du$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \int_1^2 u^2 du = 2 \frac{u^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{2}{3} \cdot (8 - 1) = \underline{\underline{\frac{14}{3}}}$$

28. Dik koordinat düzleminde, $y = \frac{3x}{4}$ doğrusu ile $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$\int_0^4 f(x) dx = 2 \quad \text{ve} \quad \int_4^8 f(x) dx = 30$$

olduğuna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$$K = \int_0^4 f(x) dx = 2$$

$$B+L = \int_4^8 f(x) dx = 30$$

$$A+K = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$L = \frac{6+3}{2} \cdot 4 = 18$$

$$A = 4$$

$$B = 12$$

$$\Rightarrow A + B = 4 + 12 = 16$$

29. Bir matematik öğretmeni öğrencisinden; masanın üzerinde bulunan 15 kırmızı, 15 mavi bilyeden 12 tanesini her renkten en az bir bilye olmak koşuluyla seçmesini ve bir torbaya koymasını istiyor.

Matematik öğretmeni öğrencisine:

"Torbayı oluşturduktan sonra içerisinde bakmadan iki bilye çekceksin, çektiğin bilyeler farklı renkte olursa sözlüne 100 vereceğim."

cümlesini kuruyor.

Torbasını, öğretmeninin yukarıdaki konuşmasına göre, sözlüsünü 100 olacak en iyi koşula göre oluşturan bu öğrenci torbadan bir bilye seçtiğinde seçilen bilyenin mavi olma olasılığı kaç olur?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

$$\frac{\binom{n}{1} \cdot \binom{12-n}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{n \cdot (12-n)}{66}$$

n'in en büyük olması için $n \cdot (12-n)$ birbirine yakın (mükemmese eşit) segeriz.

$n=6$ tam olmalı, 6 kırmızı, 6 mavi

$$\Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$30. \quad a + b = \frac{3\pi}{4}$$

$$a - b = \frac{\pi}{3}$$

olduğuna göre,

$$(\sin a + \cos a) \cdot (\sin b + \cos b)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$

C) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$

E) $\frac{3}{2}$

$$= \underbrace{\sin a \cdot \sin b}_{\text{pink bracket}} + \underbrace{\sin a \cdot \cos b}_{\text{blue bracket}} + \underbrace{\cos a \cdot \sin b}_{\text{blue bracket}} + \underbrace{\cos a \cdot \cos b}_{\text{pink bracket}}$$

$$= \cos(a-b) + \sin(a+b)$$

$$= \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

31. x bir dar açı olmak üzere,

$$\frac{\sec x}{\tan x} + \frac{\csc x}{\cot x} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos 2x}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\cot 2x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

$$\frac{\frac{1}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x}} + \frac{\frac{1}{\sin x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \frac{\cancel{\sin x + \cos x}}{(\cos x - \sin x), (\cos x + \sin x)}$$

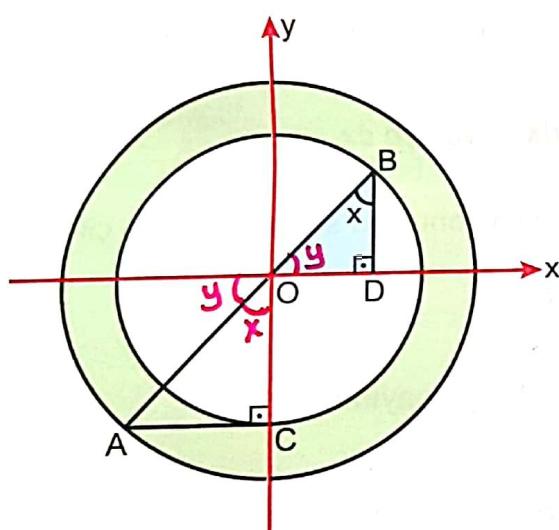
$$\frac{\cos x + \sin x}{\sin x, \cos x} = \frac{1}{\cos x - \sin x}$$

$$\underbrace{\cos^2 x - \sin^2 x}_{\text{ }} = \frac{\sin 2x}{2}$$

$$2 \cdot \cos 2x = \sin 2x$$

$$\boxed{\cot 2x = \frac{1}{2}}$$

32. Dik koordinat düzleminde O merkezli yarıçapı 1 birim olan çember ile O merkezli [AO] yarıçaplı çember aşağıda verilmiştir. B ve C noktaları birim çember üzerinde A noktası ise [AO] yarıçaplı çember üzerindedir.



$BD \perp OD$, $AC \perp OC$ ve A, O ve B noktaları doğrusaldır.

Buna göre, iki çember arasında kalan yeşil bölgenin alanı mavi üçgenin alanının kaç π katıdır?

- A) $\frac{\cos^2 x}{\sin x}$ B) $\frac{2\cos x}{\sin^2 x}$ C) $\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$
 D) $\frac{2\sin 2x}{\tan x}$ E) $\frac{\sin^2 x}{\cos x}$

$$|BD| = \sin x$$

$$|DO| = \cos x$$

$$|OA| = \frac{1}{\cos x}$$

$$\text{Mavi} = \frac{\sin x \cdot \cos x}{2}$$

$$\begin{aligned}\text{Yeşil} &= \pi \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - \pi \cdot 1^2 \\ &= \pi \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right)\end{aligned}$$

$$\text{Yeşil Alan} = \text{Mavi Alan} \cdot k$$

$$\begin{aligned}\frac{\pi \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right)}{\frac{\sin x \cdot \cos x}{2}} &= k \Rightarrow \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \cdot \frac{2}{\sin x \cdot \cos x} = k \\ \Rightarrow k &= \frac{\sin^2 x \cdot 2}{\sin x \cdot \cos^3 x} = \boxed{\frac{2 \sin x}{\cos^3 x}}\end{aligned}$$